



GEOMETRIA ANALITICA

Integrantes:

1. *Ihan Broner Espinoza Castro*
2. *Marita Yuceli Barturen Diaz*
3. *José Dilmer Olivera Burga*
4. *Michael Dinner Torres Alvarez*
5. *Jorge Luis Gomez Rios*

Docente:

Mgtr. Susana Caballero Bardales

Ciclo/Aula:

VIII - E

2026

ACTIVIDAD FORMATIVA N°5

Título de la sesión: Circunferencia

1. Reduzca a la forma ordinaria la siguiente ecuación: $4x^2 + 4y^2 - 8x + 12y + 9 = 0$, determine cuál es su lugar geométrico obtenido y, determine los elementos.

Paso 1: Simplificar la ecuación

Para poder completar cuadrados, los coeficientes de x^2 y y^2 deben ser 1.
Dividimos toda la ecuación entre 4:

$$\frac{4x^2}{4} + \frac{4y^2}{4} - \frac{8x}{4} + \frac{12y}{4} + \frac{9}{4} = 0$$

$$4x^2 + 4y^2 - 2x + 3y + \frac{9}{4} = 0$$

Paso 2: Agrupar variables y despejar la constante

Movemos el término independiente al lado derecho y agrupamos las x y las y:

$$(x^2 - 2x) + (y^2 + 3y) = -\frac{9}{4}$$

Paso 3: Completar el Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP)

Tomamos la mitad del coeficiente lineal de cada variable, lo elevamos al cuadrado y lo sumamos a ambos lados de la igualdad para no alterar la ecuación.

- Para x: La mitad de -2 es -1. Al cuadrado es $(-1)^2 = 1$.
- Para y: La mitad de 3 es $\frac{3}{2}$. Al cuadrado es $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

Sumamos estos valores en ambos miembros:

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 3y + \frac{9}{4}) = -\frac{9}{4} + 1 + \frac{9}{4}$$

Paso 4: Factorizar

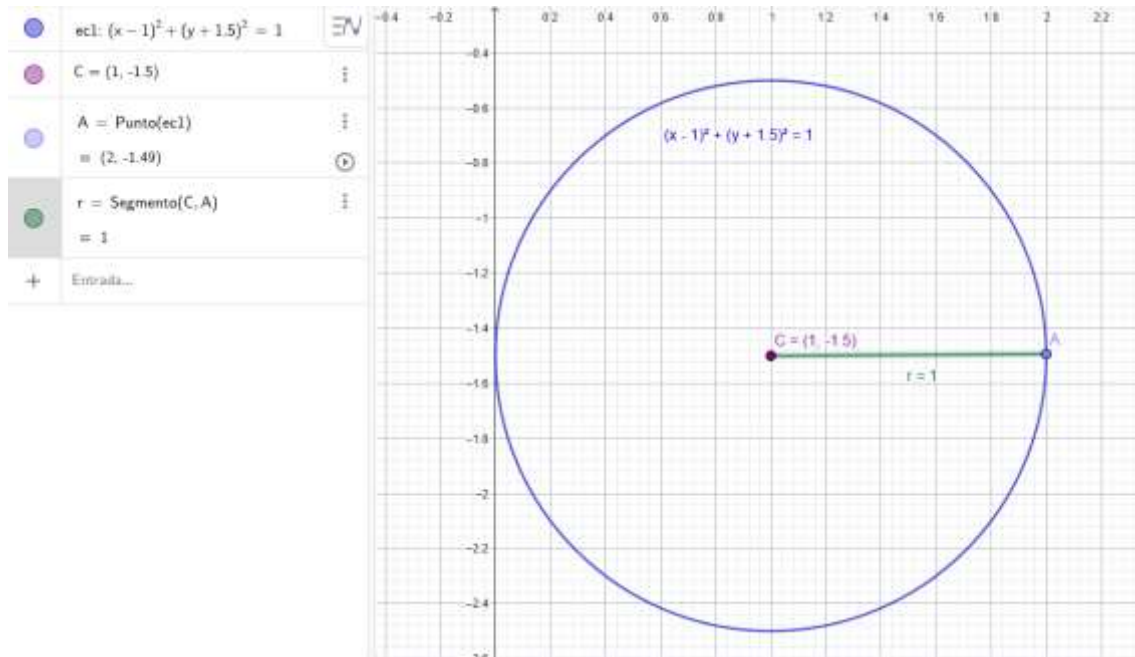
Expresamos los trinomios como binomios al cuadrado y resolvemos la suma del lado derecho (nota que $-\frac{9}{4}$ y $\frac{9}{4}$ se anulan):

$$(x - 1)^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = 1$$

Conclusión del Ejercicio 1:

- **Forma ordinaria:** $(x - 1)^2 + (y + 1.5)^2 = 1$
- **Lugar geométrico:** Es una **circunferencia real** (porque el radio al cuadrado es positivo).
- **Elementos:**
 - **Centro C(h, k):** $C(1, -1.5)$
 - **Radio r:** $\sqrt{1} = 1$

Comprobacion en Geogebra



2. Los extremos del diámetro de una circunferencia son los puntos A(2; 3) y B(-4; 5). Hallar su ecuación y su gráfica

Paso 1: Hallar el Centro C(h, k)

El centro de la circunferencia es exactamente el punto medio del segmento (diámetro) que une A y B. Usamos las fórmulas de punto medio:

$$h = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$k = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

- **Centro obtenido:** $C(-1, 4)$

Paso 2: Hallar el Radio al cuadrado (r^2) usando el Teorema de Pitágoras

El radio es la distancia desde el centro $C(-1, 4)$ hasta cualquiera de los extremos, por ejemplo $A(2, 3)$. Usamos la fórmula de distancia (derivada de Pitágoras):

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$r^2 = (2 - (-1))^2 + (3 - 4)^2$$

$$r^2 = (3)^2 + (-1)^2$$

$$r^2 = 9 + 1$$

$$r^2 = 10$$

- **Radio al cuadrado $r^2 = 10$** (El radio lineal sería $r = \sqrt{10} \approx 3.16$)

Paso 3: Construir la Ecuación Ordinaria

Sustituimos el centro $C(-1, 4)$ y $r^2 = 10$ en la fórmula general de la circunferencia $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$:

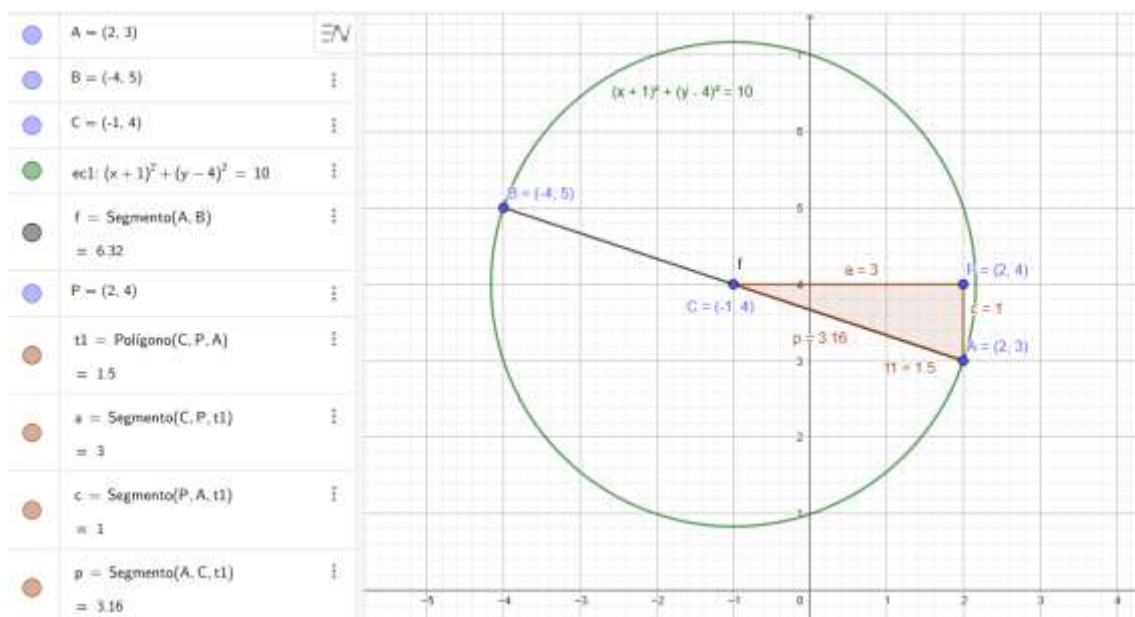
$$(x - (-1))^2 + (y - 4)^2 = 10$$

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 10$$

Conclusión del Ejercicio 2:

- **Ecuación:** $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 10$

Comprobación en Geogebra



3. **Halla la ecuación de la circunferencia de centro C(2; -4) y que es tangente al eje "y".**

Paso 1: Identificar los datos del centro

La ecuación ordinaria de una circunferencia con centro C(h; k) y radio r es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

A partir del enunciado, ya conocemos las coordenadas del centro:

$$h = 2$$

$$k = -4$$

Paso 2: Determinar el radio (r) usando la condición de tangencia

El problema nos dice que la circunferencia es **tangente al eje "y"**.

Cuando una circunferencia es tangente al eje y, la distancia desde el centro hasta ese eje es exactamente igual al radio. Visualmente, esa distancia horizontal corresponde al valor absoluto de la coordenada x del centro (h).

$$r = |h|$$

$$r = |2| = 2$$

Por lo tanto, el radio es **r = 2** (y su cuadrado será $r^2 = 2^2 = 4$)

Paso 3: Sustituir los valores en la ecuación ordinaria

Ahora reemplazamos $h = 2$, $k = -4$ y $r = 2$ en la fórmula general:

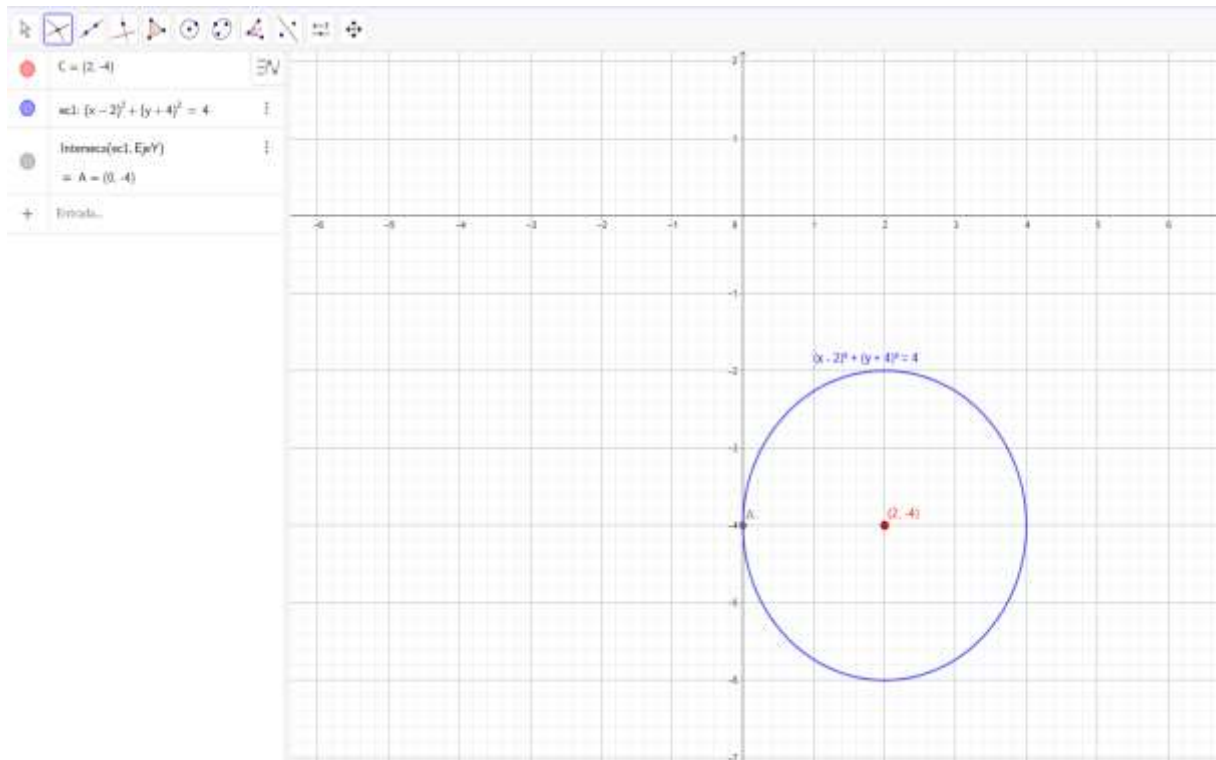
$$(x - 2)^2 + (y - (-4))^2 = 2^2$$

Simplificando los signos (menos por menos da más):

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$$

Esta es la ecuación ordinaria de la circunferencia.

Comprobación en Geogebra



4. Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $C(7; -6)$ y que pasa por el punto $A(2; 2)$. 5) La ecuación de una circunferencia es $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 36$. Demuestra que el punto $A(2; -5)$ es interior a la circunferencia y que el punto $B(-4; 1)$ es exterior.

Paso 1: Identificar las coordenadas del centro

Recordemos que la estructura de la ecuación ordinaria es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

A partir de los datos del centro $C(7; -6)$, extraemos:

$$h = 7$$

$$k = -6$$

Paso 2: Calcular el radio (r) usando la distancia entre dos puntos:

El radio es la distancia que hay desde el centro C hasta cualquier punto de la circunferencia (en este caso, el punto A).

Para hallar esta distancia, usamos la fórmula de la distancia entre dos puntos:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sustituimos las coordenadas del centro $C(7; -6)$ y del punto $A(2; 2)$:

$$r = \sqrt{(2 - 7)^2 + (2 - (-6))^2}$$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (2 + 6)^2}$$

$$r = \sqrt{25 + (8)^2}$$

$$r = \sqrt{25 + 64}$$

$$r = \sqrt{89}$$

Como lo que necesitamos para la ecuación es el radio al cuadrado (r^2), elevamos ambos lados al cuadrado para eliminar la raíz:

$$r^2 = 89$$

Paso 3: Sustituir los valores en la ecuación ordinaria

Ahora que tenemos el centro $(7; -6)$ y el valor de $r^2 = 89$, reemplazamos en la fórmula:

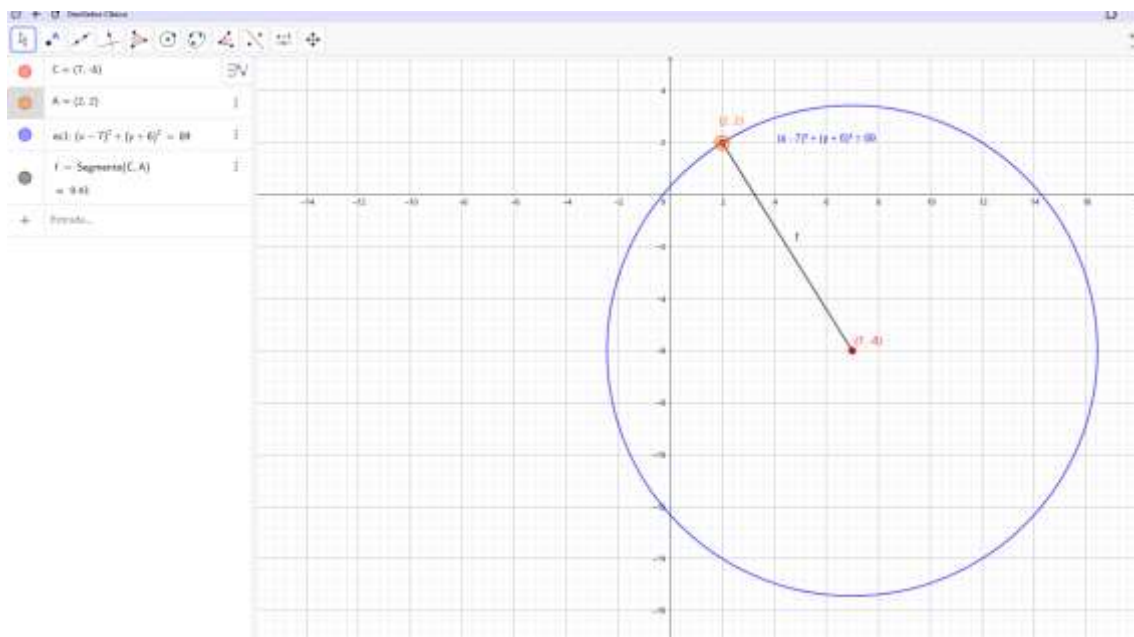
$$(x - 7)^2 + (y - (-6))^2 = 89$$

Simplificando el signo del segundo término:

$$(x - 7)^2 + (y + 6)^2 = 89$$

Esta es la ecuación ordinaria de la circunferencia.

Comprobacion en Geogebra



5. La ecuación de una circunferencia es $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 36$. Demuestra que el punto A(2; -5) es interior a la circunferencia y que el punto B(-4; 1) es exterior.

Paso 1: Identificar centro y radio

Comparando con la forma general: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Tenemos:

✓ **Centro:** $C = (3, -4)$

✓ **Radio:** $r = 6$

Paso 2: Verificamos el punto A (2; -5), Usamos la distancia entre dos puntos (Centro y el punto)

$$d = \sqrt{(2 - 3)^2 + (-5 - (-4))^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 3)^2 + (-5 + 4)^2}$$

$$d = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2}$$

$$d = \sqrt{1 + 1}$$

$$d = \sqrt{2}$$

$$d = 1.41$$

Como:

$$\sqrt{2} < 6$$

Entonces:

El punto A(2, -5) es **INTERIOR** a la circunferencia.

Paso 3: Verificamos el punto B (-4; 1), Usamos la distancia entre dos puntos (Centro y el punto)

$$d = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (1 - (-4))^2}$$

$$d = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (1 + 4)^2}$$

$$d = \sqrt{(-7)^2 + (5)^2}$$

$$d = \sqrt{49 + 25}$$

$$d = \sqrt{74}$$

$$d = 8.72$$

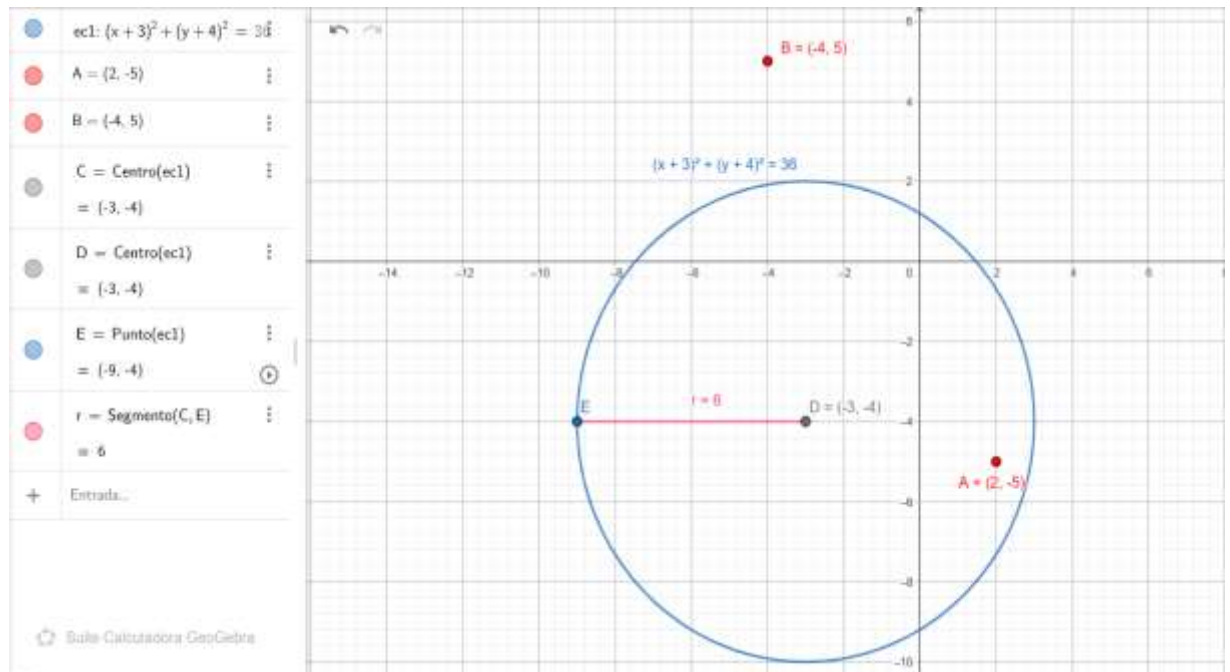
Como:

$$\sqrt{74} > 6$$

Entonces:

El punto $B(-4, 1)$ es **EXTERIOR** a la circunferencia.

Paso 4: Grafica de la circunferencia (GeoGebra)



6. Sea la ecuación $4x^2 - 4x + 4y^2 - k + 20 = 0$, halle el valor de k sabiendo que se trata de una circunferencia de radio tres. Para dicho valor de k , grafique la circunferencia e indique sus elementos.

Paso 1: Toda la ecuación es divisible entre 4

$$4x^2 - 4x + 4y^2 - k + 20 = 0$$
$$x^2 - x + y^2 - \frac{k}{4} + 5 = 0$$

Agrupamos:

$$x^2 - x + y^2 = \frac{k}{4} - 5$$

Paso 2: Completamos cuadrados

Para: $x^2 - x$

$$x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$x^2 - x + \frac{1}{4}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

Sumamos $\frac{1}{4}$ a ambos miembros

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{k}{4} - 5 + \frac{1}{4}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{k}{4} - \frac{19}{4}$$

Paso 3: Igualamos con r^2

Como dato el radio es 3:

$$r^2 = 9$$

Entonces:

$$\frac{k}{4} - \frac{19}{4} = 9$$

Multiplicamos por 4:

$$k - 19 = 36$$

$$k = 55$$

Paso 4: Ecuación final de la circunferencia:

Reemplazando $k = 55$

$$4x^2 - 4x + 4y^2 - 55 + 20 = 0$$

$$4x^2 - 4x + 4y^2 - 35 = 0$$

Forma ordinaria:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 9$$

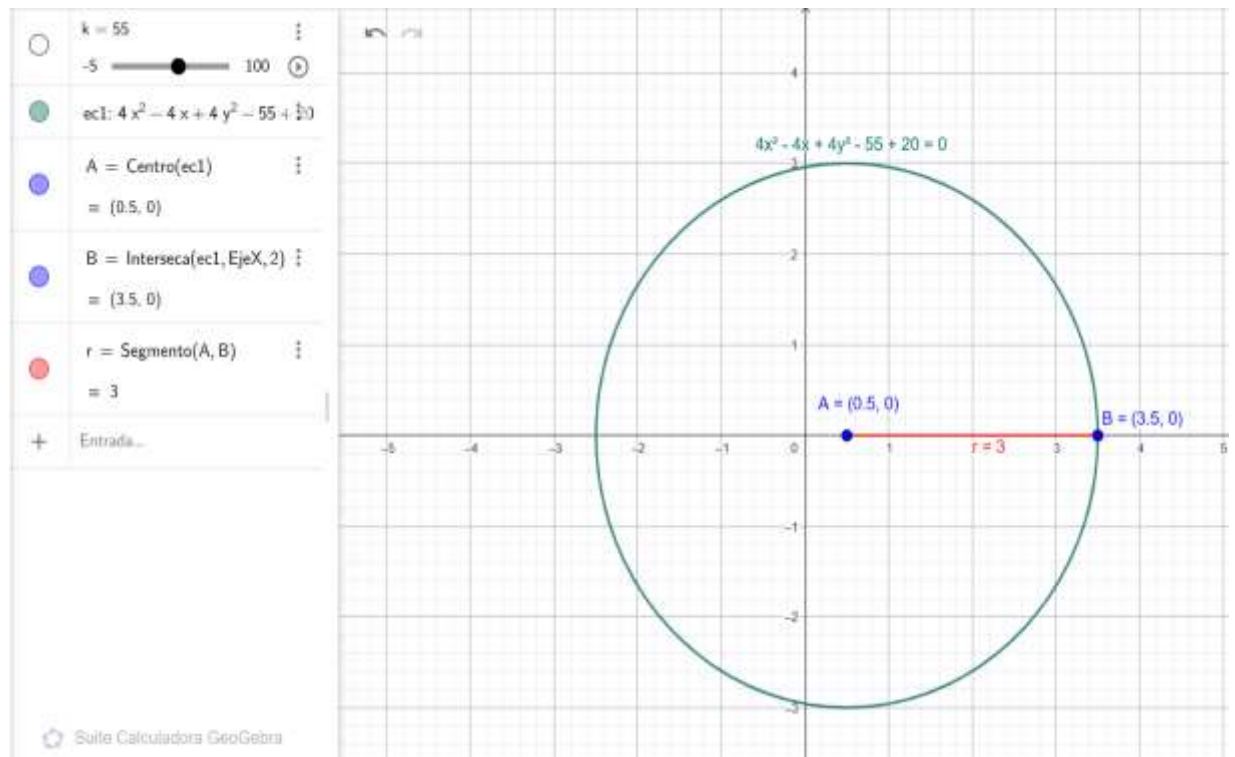
Paso 5: Identificamos elementos de la circunferencia.

✓ Centro: $c\left(\frac{1}{2}, 0\right) = (0.5, 0)$

✓ Radio: $r = 3$

✓ Diámetro $D = 2r = 6$

Paso 6: Grafica de la circunferencia (**GeoGebra**)



7. Una circunferencia tiene su centro en el punto $C(0; -2)$ y es tangente a la recta $5x - 12y + 2 = 0$. Determina su ecuación.

Primer paso: La ecuación de una circunferencia es:

$$5x - 12y + 2 = 0.$$

Donde:

 $C(h; k)$ es el centro

 r es radio.

Como el centro es $C(0; -2)$, la ecuación queda:

$$x^2 + (y + 2)^2 = r^2$$

Ahora hallamos el radio. La circunferencia es tangente a la recta:

$$5x - 12y + 2 = 0.$$

Segundo paso: Entonces el radio es la distancia del centro a la recta:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Sustituyendo

$$A = 5; B = -12; C = 2$$

En el punto:

$$C(0; -2)$$

$$r = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$r = \frac{|5(0) - 12(-2) + 2|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}}$$

$$r = \frac{|0 + 24 + 2|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$r = \frac{26}{\sqrt{169}}$$

$$r = \frac{26}{13}$$

$$r = 2$$

entonces:

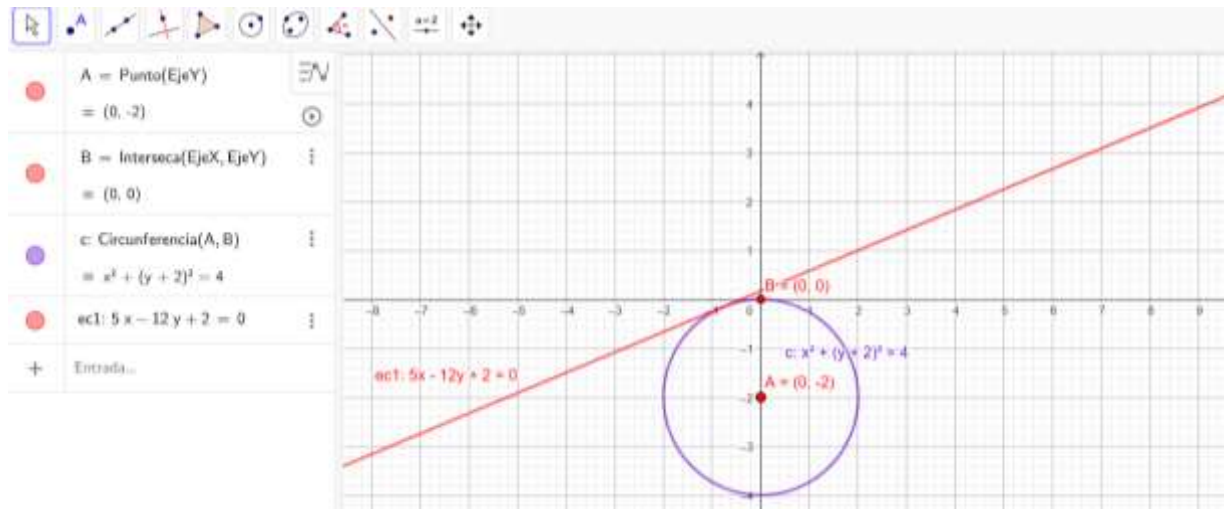
$$r^2 = 4$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia es:

$$(x - 0)^2 + (y - (-2))^2 = 4$$

$$x^2 + (y + 2)^2 = 4$$

Comprobacion en Geogebra



8. Halla la ecuación de la recta cuyo centro es el punto $(-4; -1)$ y que es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$

Primer paso: La ecuación de una circunferencia es:

Datos

✎ Centro: $C = (-4; -1)$

✎ Recta tangente:

$$3x + 2y - 12 = 0.$$

✎ La ecuación de la circunferencia es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

✎ Sustituyendo en el centro

$$C = (-4; -1)$$

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

Ahora hallamos el radio usando la distancia del centro a la recta

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Sustituyendo

$$A = 3; B = 2; C = -12$$

$$r = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$r = \frac{|3(-4) + 2(-1) - 12|}{\sqrt{3^2 + 2^2}}$$

$$r = \frac{|-12 - 2 - 12|}{\sqrt{9 + 4}}$$

$$r = \frac{26}{\sqrt{13}}$$

Racionalizando:

$$r = 2\sqrt{13}$$

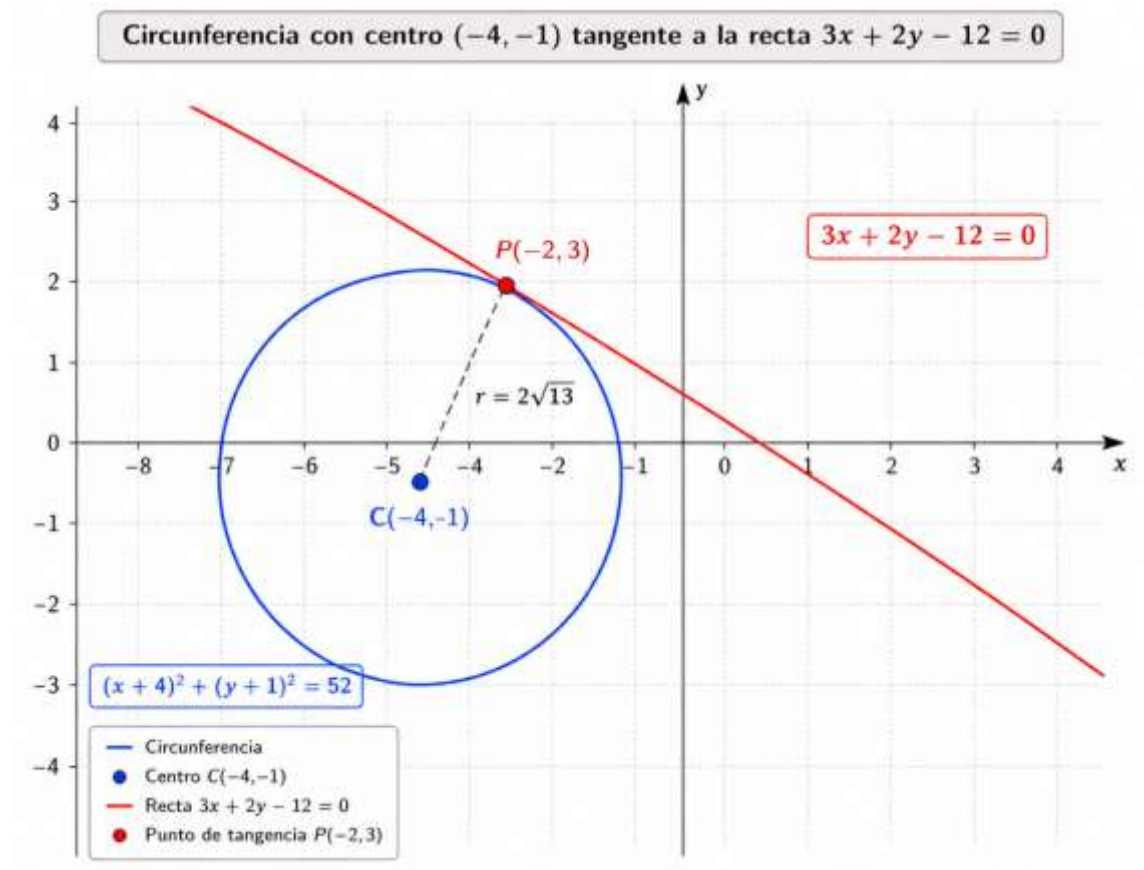
entonces:

$$r^2 = (2\sqrt{13})^2$$

$$r^2 = 52$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia es:

$$(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 52$$



9. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A(7; -5)$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $7x - 9y - 10 = 0$ con $2x - 5y + 2 = 0$

1. Hallamos el centro de la circunferencia

Resolvemos el sistema:

$$7x - 9y = 10$$

$$2x - 5y = -2$$

Multiplicamos la segunda ecuación por 7:

$$14x - 35y = -14$$

Multiplicamos la primera ecuación por 2:

$$14x - 18y = 20$$

Restamos:

$$\begin{aligned}(14x - 18y) - (14x - 35y) &= 20 - (-14) \\ 17y &= 34 \\ y &= 2\end{aligned}$$

Reemplazamos en:

$$\begin{aligned}2x - 5y &= -2 \\ 2x - 5(2) &= -2 \\ 2x - 10 &= -2 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4\end{aligned}$$

Entonces, el centro es:

$$C(4,2)$$

2. Hallamos el radio

Usamos la fórmula de distancia entre dos puntos:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Entre el centro $C(4,2)$ y el punto $A(7,-5)$:

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{(7 - 4)^2 + (-5 - 2)^2} \\ r &= \sqrt{3^2 + (-7)^2} \\ r &= \sqrt{9 + 49} \\ r &= \sqrt{58}\end{aligned}$$

Entonces:

$$r^2 = 58$$

3. Ecuación de la circunferencia

Propiedad usada:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Donde el centro es $C(h, k)$.

Como:

$$h = 4, k = 2, r^2 = 58$$

La ecuación es:

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 58$$

Respuesta final:

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 58$$

Comprobación en Geogebra

